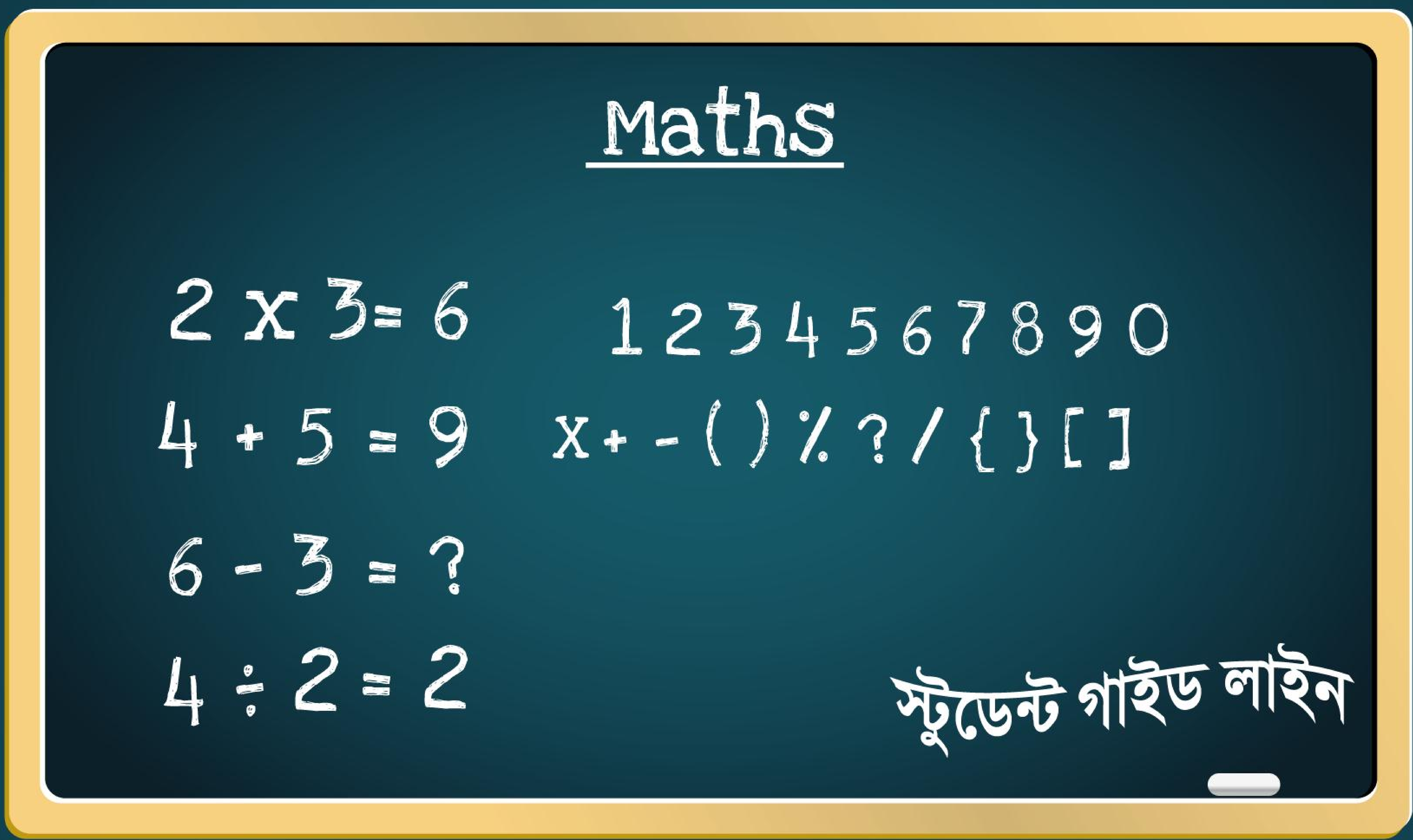
উচ্চতর গণিত

নবম-দশম শ্রেণি



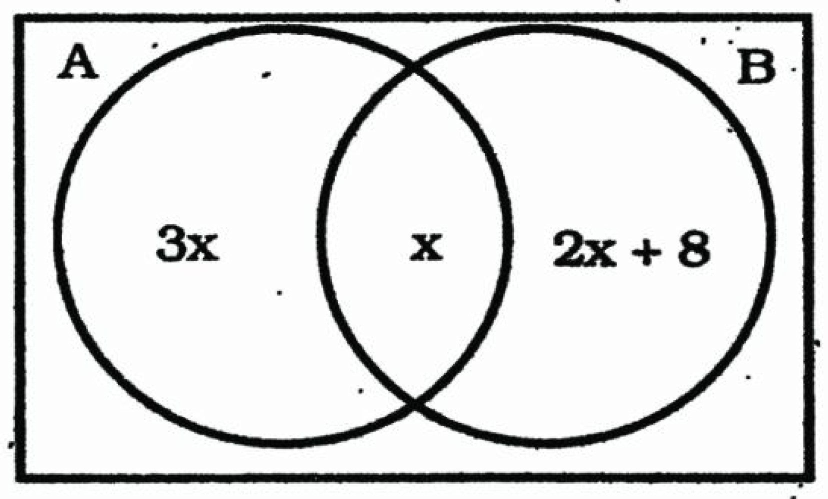
প্রথম অধ্যায়ঃ সেট ও ফাংশন

প্রশ্নমালা-১.১

পড়বো, জানবো, শিখবো
স্টুডেন্ট গাইড লাইন
www.facebook.com/bdcreativeeducation www.studentgideline.tk

১। [পাঠ্য বইয়ের ৬নং প্রশ্ন উত্তর]

ভেনচিত্রে A এবং B সেটের উপাদানগুলো দেখানো হয়েছে। যদি $n(A) = n(B)$ হয়, তবে নির্ণয় কর :
(a) x এর মান (b) $n(A \cup B)$ এবং $n(A \cap B')$.



সমাধান

(a) দেওয়া আছে, $n(A) = n(B)$

$3x + x = x + 2x + 8$ [ভেনচিত্র থেকে]

বা, $4x = 3x + 8$

বা, $4x - 3x = 8$

$\therefore x = 8$

Ans. $x = 8$

(b) আমরা জানি, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 3x + x + x + 2x + 8 - x$

$= 6x + 8$

$= 6 \times 8 + 8$ [$\because x = 8$]

$= 48 + 8$

$= 56$

এবং $n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B)$ [ভেনচিত্র থেকে]

$= 3x + x - x$

$= 3x$

$= 3 \times 8$ [$\because x = 8$]

$= 24$

Ans. $n(A \cup B) = 56$ এবং $n(A \cap B') = 24$.

২। [পাঠ্য বইয়ের ৮নং প্রশ্ন উত্তর]

সমাধান পাঠ্য বইয়ের প্রশ্ন অসম্পন্ন হওয়ায় সমাধান দেওয়া সম্ভব হলো না।

যদি $U = \{x : x$ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা$\}$, $A = \{x : x \geq 5\}$ এবং $B = \{x : x < 12\}$ তবে $n(A \cap B)$ এবং $n(A')$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে, $U = \{x :$ x ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা$\}$

$\therefore U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... \}$

$A = \{x : x \geq 5\}$

$\therefore A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 .... \}$

এবং $B = \{x : x < 12\}$

$\therefore B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

এখন, $(A \cap B) = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$= \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$\therefore n(A \cap B) = 7$

এবং $A' = U - A$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...\} - \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...\}$

$= \{1, 2, 3, 4\}$

$\therefore n(A') = 4$

Ans. $n(A \cap B) = 7$ এবং $n(A') = 4$.

৩। [পাঠ্য বইয়ের ৯নং প্রশ্ন উত্তর]

যদি $U = \{x : x$ জোড় পূর্ণসংখ্যা$\}$, $A = \{x : 3x \geq 25\}$ এবং $B = \{x : 5x < 12\}$ হয়, তাহলে $n(A \cap B)$ এবং $n(A' \cap B)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে, $U = \{x :$ x জোড় পূর্ণসংখ্যা$\}$

$\therefore U = \{..., -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, ...\}$

$A = \{x : 3x \geq 25\}$

$\therefore A = \{10, 12, 14, 16, 18, ...\}$

এবং $B = \{x : 5x < 12\}$

$\therefore B = \{... ... -8, -6, -4, -2, 0, 2\}$

$\therefore A \cap B = \{10, 12, 14, 16, 18, ...\} \cap \{... ... -8, -6, -4, -2, 0, 2\}$

$= \{ \}$

$\therefore n(A \cap B) = 0$

আবার, $A' = U - A$

$= \{..., -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, ...\} - \{10, 12, 14, 16, 18, ...\}$

$= \{..., -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$

এবং $B' = U - B$

$= \{..., -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, ...\} - \{..., -8, -6, -4, -2, 0, 2\}$

$= \{4, 6, 8, ..., ...\}$

$\therefore A' \cap B' = \{..., -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 6, 8, ...\}$

$= \{4, 6, 8\}$

$\therefore n(A' \cap B') = 3$

Ans. $n(A \cap B) = 0$ এবং $n(A' \cap B') = 3$.

৪। [পাঠ্য বইয়ের ১০ নং প্রশ্ন উত্তর]

দেখাও যে, (ক) $A \backslash A = \varnothing$ (খ) $A \backslash (A \backslash A) = A$.

সমাধান মনে করি, $x \in A \backslash A$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin A$

$\Rightarrow x \in \varnothing$

$\therefore A \backslash A \subset \varnothing$

আবার, মনে করি, $x \in \varnothing$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin A$

$\Rightarrow x \in A \backslash A$

$\therefore \varnothing \subset A \backslash A$

সুতরাং $A \backslash A = \varnothing$. **(Showed)**

(খ) $A \backslash (A \backslash A) = A$

সমাধান মনে করি, $x \in A \backslash (A \backslash A)$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin (A \backslash A)$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \notin \varnothing$ $[\because A \backslash A = \varnothing]$

$\Rightarrow x \in A \backslash \varnothing$

$\Rightarrow x \in A$

$\therefore A \backslash (A \backslash A) \subset A$.

আবার, মনে করি, $x \in A$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin \varnothing$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \notin (A \backslash A)$

$\Rightarrow x \in A \backslash (A \backslash A)$

$\therefore A \subset A \backslash (A \backslash A)$

সুতরাং $A \backslash (A \backslash A) = A$. ***(Showed)***

৫। [পাঠ্য বইয়ের ১১ নং প্রশ্ন উত্তর]

দেখাও যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

সমাধান কার্তেসীয় গুণজ সেটের সংজ্ঞানুসারে,

$A \times (B \cup C) = \{(x, y) : x \in A, y \in (B \cup C)\}$

$= \{(x, y) : x \in A, (y \in B$ অথবা $y \in C)\}$

$= \{(x, y) : (x \in A, y \in B)$ অথবা $\{(x, y) : x \in A, y \in C)\}$

$= \{x, y) : (x, y) \in (A \times B)$ অথবা $(x, y) \in (A \times C)\}$

$= \{(x, y) : (x, y) \in (A \times B) \cup (A \times C)\}$

$= (A \times B) \cup (A \times C)$

$\therefore A \times (B \cup C) \subset (A \times B) \cup (A \times C)$.

আবার,

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(x, y) : (x, y) \in (A \times B)$ অথবা $(x, y) \in (A \times C)\}$

$= \{(x, y) : x \in A, y \in B)$ অথবা $x \in A, y \in C)\}$

$= \{(x, y) : x \in A, y \times \in$ অথবা $y \in C)\}$

$= \{(x, y) : x \in A, y \in (B \cup C)\}$

$= \{(x, y) : (x, y) \in A \times (B \cup C)\}$

$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) \subset (A \times (B \cup C)$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$. **(Showed)**

৬। [পাঠ্য বইয়ের ১২ নং প্রশ্ন উত্তর]

যদি, $A \subset B$ এবং $C \subset D$ হয়, তবে দেখাও যে, $(A \times C) \subset (B \times D)$

সমাধান মনে করি, $(x, y) \in A \times C$.

তাহলে, $x \in A$ এবং $y \in C$

$\Rightarrow x \in B$ এবং $y \in D$ $[\because A \subset B$ এবং $C \subset D]$

$\Rightarrow (x, y) \in B \times D$

$\therefore (A \times C) \subset (B \times D)$. ***(Showed)***

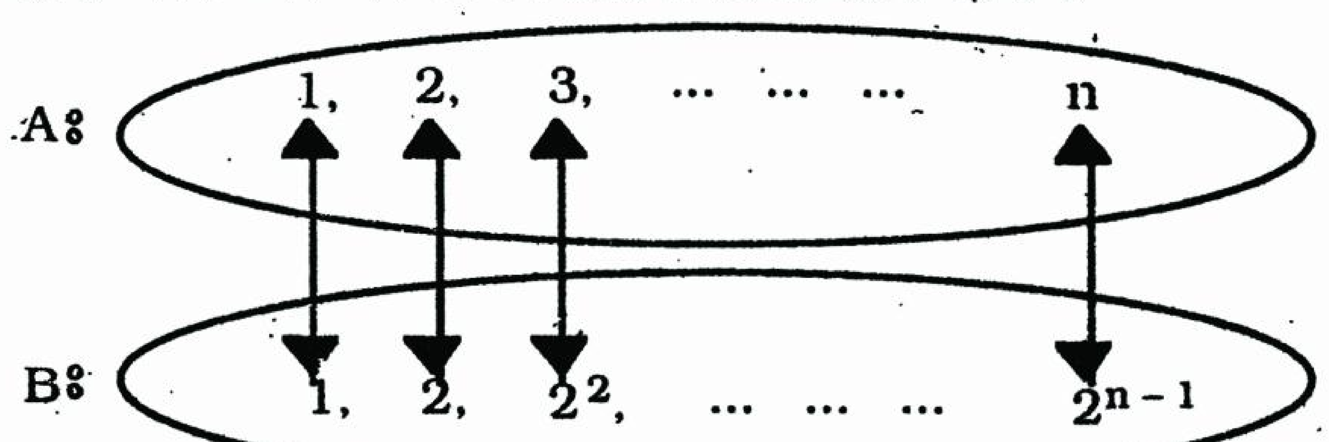
৭। [পাঠ্য বইয়ের ১৩ নং প্রশ্ন উত্তর]

দেখাও যে, $A = \{1, 2, 3, \ldots \ldots \ldots, n\}$ এবং $B = \{1, 2, 2^2, \ldots \ldots \ldots, 2^{n-1}\}$ সেট দুইটি সমতুল।

সমাধান দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, \ldots \ldots \ldots, n\}$

এবং $B = \{1, 2, 2^2, \ldots \ldots \ldots, 2^{n-1}\}$

A ও B এর মধ্যে একটি এক-এক মিল নিম্নের চিত্রে দেখানো হলো ঃ



আমরা জানি, যেকোনো দুটি সেটের মধ্যে যদি একটি এক-এক মিল বর্ণনা করা যায়, তবে ঐ সেট দুটি সমতুল।
সুতরাং A ও B সেট দুটি সমতুল। **(Showed)**

৮। [পাঠ্য বইয়ের ১৪ নং প্রশ্ন উত্তর]

দেখাও যে, স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের বর্গের সেট $S = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots \ldots\}$ একটি অনন্ত সেট।

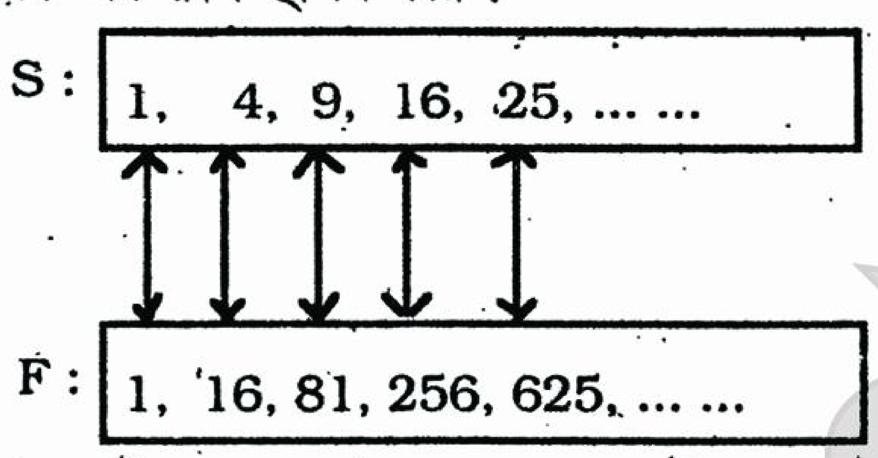
সমাধান দেওয়া আছে, স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের বর্গের সেট, $S = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots \ldots\}$

আমরা জানি, কোনো সেট যদি তার একটি প্রকৃত উপসেটের সমতুল হয় তাহলে তাকে অনন্ত সেট বলে।

মনে করি, একটি সেট $F = \{k^2 : k \in S\}$

অর্থাৎ, $F = \{1, 16, 81, 256, 625, \ldots \ldots\}$

এখন S ও F এর মধ্যে একটি এক-এক মিল স্থাপন করি :



যেহেতু F সেটের সকল সদস্য S সেটের মধ্যে আছে এবং S সেটের মধ্যে এমন সদস্য রয়েছে যা F সেটে নাই। সুতরাং F, S সেটের প্রকৃত উপসেট। আবার S সেট F সেটের সমতুল।

অতএব, সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সেট, $S = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots \ldots\}$ একটি অনন্ত সেট।

৯। [পাঠ্য বইয়ের ১৫ নং প্রশ্ন উত্তর]

প্রমাণ কর যে, $n(A) = p$, $n(B) = q$ এবং $(A \cap B) = \varnothing$ হলে, $n(A \cup B) = p + q$।

সমাধান আমরা জানি,

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= p + q - n(\varnothing) \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= p + q - 0 \\ &= p + q \end{aligned}$$

$\therefore n(A \cup B) = p + q$. **(Proved)**

১০। [পাঠ্য বইয়ের ১৬ নং প্রশ্ন উত্তর]

প্রমাণ কর যে, A, B, C সান্ত সেট হলে,

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$.

সমাধান

বামপক্ষ $= n(A \cup B \cup C)$

$= n\{(A \cup B) \cup C\}$

$= n(A \cup B) + n(C) - n\{(A \cup B) \cap C\}$ $[\because n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)]$

$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(C) - n\{(A \cap C) \cup (B \cap C)\}$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - \{n(A \cap C) + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)\}$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

= ডানপক্ষ **(Proved)**

১১। [পাঠ্য বইয়ের ১৭নং প্রশ্ন উত্তর]

$A = \{a, b, x\}$ এবং $B = \{c, y\}$ সার্বিক সেট $U = \{a, b, c, x, y, z\}$ এর উপসেট হলে, যাচাই কর যে,

(a) (i) $A \subset B'$, (ii) $A \cup B' = B'$, (iii) $A' \cap B = B$

(b) নির্ণয় কর : $(A \cap B) \cup (A \cap B')$

সমাধান

(a) (i) দেওয়া আছে, $A = \{a, b, x\}$, $B = \{c, y\}$

এবং $U = \{a, b, c, x, y, z\}$

$$\begin{aligned} \therefore B' &= U - B \\ &= \{a, b, c, x, y, z\} - \{c, y\} \\ &= \{a, b, x, z\} \end{aligned}$$

$\therefore A \subset B'$

(ii) প্রমাণ করতে হবে যে, $A \cup B' = B'$

এখানে, $A \cup B'$

$= \{a, b, x\} \cup \{a, b, x, z\}$ [(i) হতে]

$= \{a, b, x, z\}$

$= B'$

$\therefore A \cup B' = B'$, (প্রমাণিত)

(iii) প্রমাণ করতে হবে যে, $A' \cap B = B$

$A' = U - A$

$= \{a, b, c, x, y, z\} - \{a, b, x\}$

$= \{c, y, z\}$

এখন, $A' \cap B$

$= \{c, y, z\} \cap \{c, y\}$

$= \{c, y\}$

$= B$

$\therefore A' \cap B = B$

(b) $(A \cap B) \cup (A \cap B')$ এর মান নির্ণয় করতে হবে।

দেওয়া আছে, $A = \{a, b, x\}$, $B = \{c, y\}$

এবং $U = \{a, b, c, x, y, z\}$

$\therefore B' = U - B$

$= \{a, b, c, x, y, z\} - \{c, y\}$

$= \{a, b, x, z\}$

$(A \cap B) = \{a, b, x\} \cap \{c, y\}$

$= \varnothing$

এবং $A \cap B' = \{a, b, x\} \cap \{a, b, x, z\}$

$= \{a, b, x\}$

$\therefore (A \cap B) \cup (A \cap B') = \varnothing \cup \{a, b, x\}$

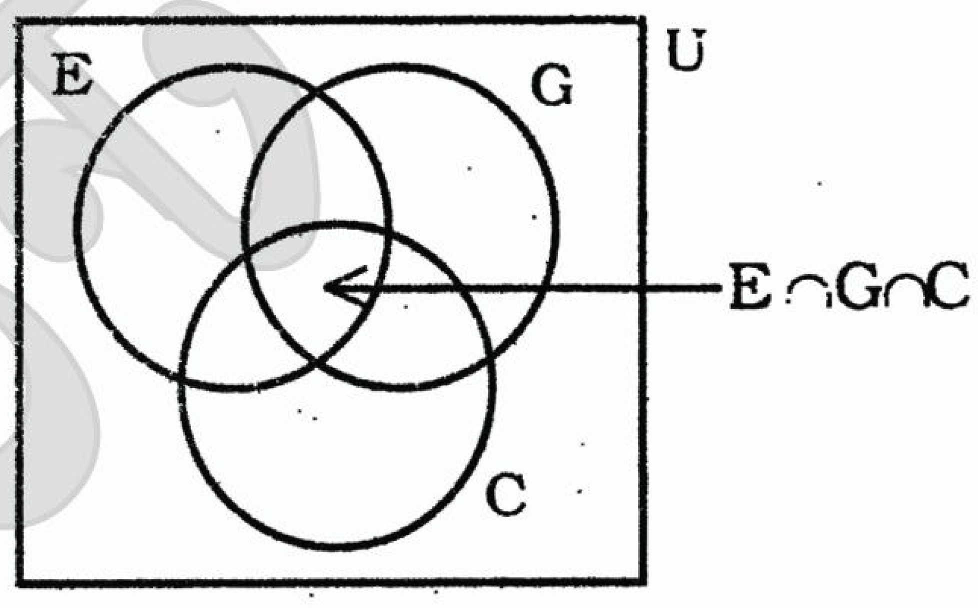
$= \{a, b, x\}$

Ans. $(A \cap B) \cup (A \cap B') = \{a, b, x\}$.

১২। [পাঠ্য বইয়ের ১৮ নং প্রশ্ন উত্তর]

কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 19 জন অর্থনীতি, 17 জন ভূগোল, 11 জন পৌরনীতি, 12 জন অর্থনীতি ও ভূগোল, 4 জন পৌরনীতি ও ভূগোল, 7 জন অর্থনীতি ও পৌরনীতি এবং 5 জন তিনটি বিষয়ই নিয়েছে। কতজন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ের কোনটিই নেয়নি?

সমাধান মনে করি, ঐ শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীর সেট U, যেসব ছাত্র অর্থনীতি নিয়েছে তাদের সেট E, যারা ভূগোল নিয়েছে তাদের সেট G এবং যারা পৌরনীতি নিয়েছে তাদের সেট C।



তাহলে, প্রশ্নানুসারে,

$n(U) = 30$; $n(E) = 19$; $n(G) = 17$;

$n(C) = 11$; $n(E \cap G) = 12$; $n(C \cap G) = 4$;

$n(E \cap C) = 7$ এবং $n(E \cap G \cap C) = 5$

তিনটি বিষয়ের কোনটিই নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $= n(U) - n(E \cup G \cup C)$

তখন, $n(E \cup G \cup C) = n(E) + n(G) + n(C) - n(E \cap G) - (E \cap C) - n(C \cap G) + n(E \cap G \cap C)$

$= 19 + 17 + 11 - 12 - 7 - 4 + 5$

$= 52 - 23$

$= 29$

$\therefore$ তিনটি বিষয়ের কোনটিই নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $= n(U) - n(E \cup G \cup C)$

$= 30 - 29$

$= 1$

সুতরাং, 1 জন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ের কোনটিই নেয়নি।

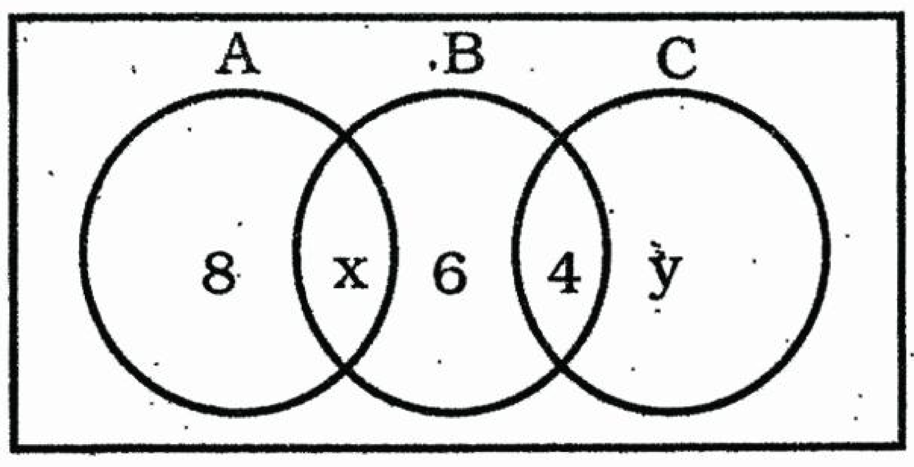
১৩। [পাঠ্য বইয়ের ১৯ নং প্রশ্ন উত্তর]

ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A, B, C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে।

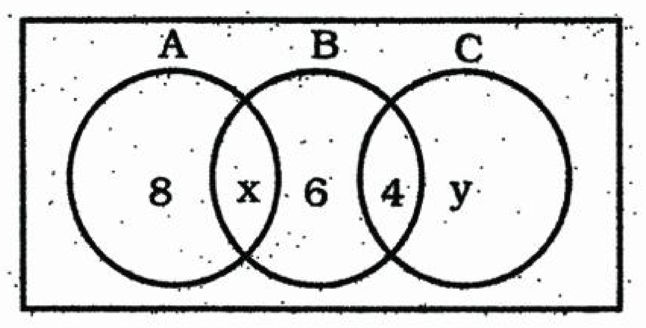
(a) যদি $n(A \cap B) = n(B \cap C)$ হয়, তবে x এর মান নির্ণয় কর।

(b) যদি $n(B \cap C) = n(A' \cap C)$ হয়, তবে y এর মান নির্ণয় কর।

(c) $n(U)$ এর মান নির্ণয় কর।



সমাধান প্রদত্ত ভেনচিত্র নিম্নরূপ :



(a) দেওয়া আছে, $n(A \cap B) = n(B \cap C)$

বা, $x = 4$

$\therefore x = 4$

(b) দেওয়া আছে, $n(B \cap C') = n(A' \cap C)$

বা, $x + 6 = 4 + y$

বা, $4 + 6 - 4 = y$ [(a) হতে $x = 4$ বসিয়ে]

বা, $6 = y$

$\therefore y = 6$

(c) দেওয়া আছে, $n(U) = 8 + x + 6 + 4 + y$

$= 8 + 4 + 6 + 4 + 6$

$= 28$

১৪। [পাঠ্য বইয়ের ২০ নং প্রশ্ন উত্তর]

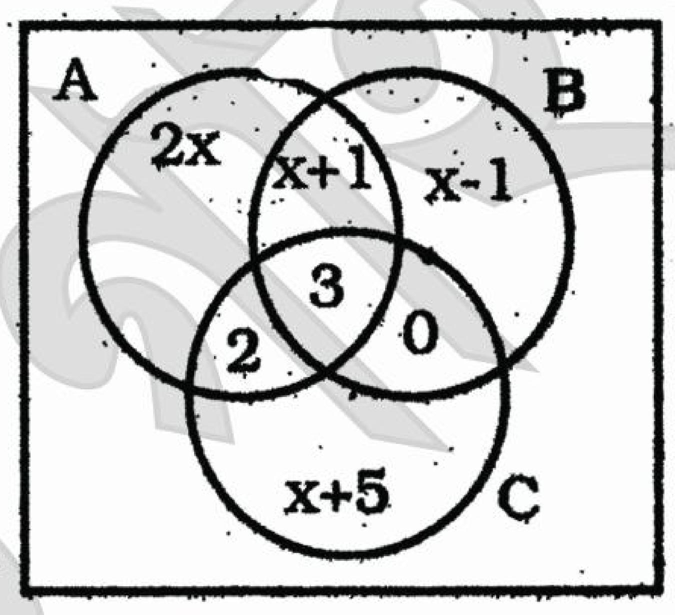
ভেনচিত্রে A, B, C সেটের উপাদানগুলো এমনভাবে দেওয়া আছে যেন, $U = A \cup B \cup C$.

(a) যদি $n(U) = 50$ হয়, তবে x এর মান নির্ণয় কর।

(b) $n(B \cap C')$ এবং $n(A' \cap B)$ এর মান নির্ণয় কর।

(c) $n(A \cap B \cap C')$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান



(a) দেওয়া আছে, $n(U) = 50$

ভেনচিত্র থেকে পাই,

$n(U) = 2x + x + 1 + x - 1 + 2 + 3 + 0 + x + 5$

$\therefore 50 = 5x + 10$

বা, $5x + 10 = 50$

বা, $5x = 50 - 1$

বা, $5x = 40$

বা, $x = \frac{40}{5}$

$\therefore x = 8$

(b) ভেনচিত্র থেকে,

$n(B \cap C') = x + 1 + x - 1$

$= 2x$

$= 2.8$ [$\because x = 8$]

$= 16$

এবং $n(A' \cap B) = x - 1 + 0$

$= x - 1$

$= 8 - 1$

$= 7$

(c) এখানে, $n(A \cap B \cap C') = x + 1$ [ভেনচিত্র থেকে]

$= 8 + 1$

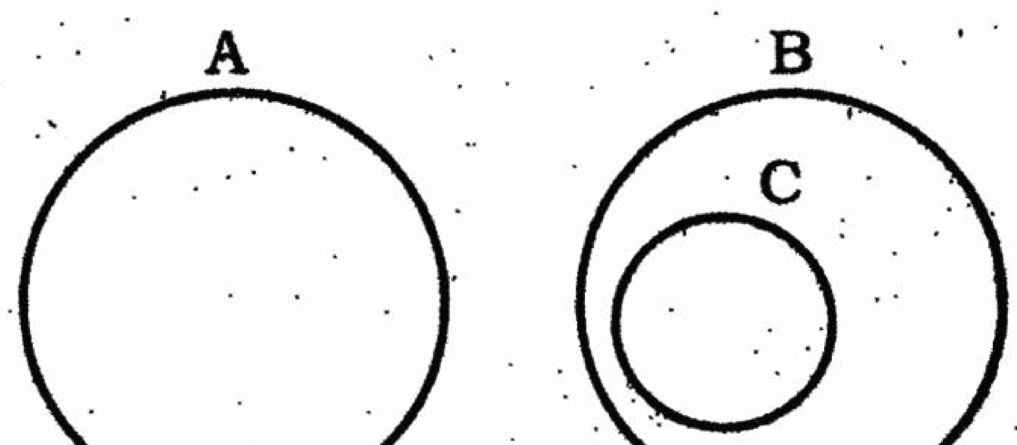
$= 9$

$\therefore n(a \cap B \cap C') = 9.$

১৫। [পাঠ্য বইয়ের ২১নং প্রশ্ন উত্তর]

তিনটি সেট A, B এবং C এমনভাবে দেওয়া আছে যেন, $A \cap B = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ এবং $C \subset B$ ভেনচিত্র অংকন করে সেটগুলোর ব্যাখ্যা দাও।

সমাধান



যেহেতু $A \cap B = \emptyset$. সুতরাং A ও B নিশ্ছেদ সেট। আবার, $A \cap C = \emptyset$ হওয়ায় A ও C নিশ্ছেদ সেট এবং $C \subset B$ বলে C সেটের প্রত্যেকটি উপাদান B সেটের অন্তর্ভুক্ত।

স্টুডেন্ট গাইড লাইন

১৬। [পাঠ্য বইয়ের ২২ নং প্রশ্ন উত্তর]

দেওয়া আছে, $A = \{x : 2 < x \le 5, x \in R\}$ এবং $B = \{x : 1 \le x < 3, x \in R\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$ নিম্নের সেটগুলো অনুরূপ set notation এ প্রকাশ কর :

(a) $A \cap B$, (b) $A' \cap B'$ এবং (c) $A' \cup B$

সমাধান দেওয়া আছে, $A = \{x : 2 < x \le 5, x \in R\}$

$B = \{x : 1 \le x < 3, x \in R\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

(a) $A \cap B = \{x : 2 < x \le 5, x \in R\} \cap \{x : 1 \le x < 3, x \in R\}$

$= \{x : 2 < x < 3, x \in R\}$

(b) এখানে, $U = R$

$\therefore A \cup B = \{x : 2 < x \le 5, x \in R\} \cup \{x : 1 \le x < 3, x \in R\}$

$= \{x : 1 \le x \le 5, x \in R\}$

ডি. মরগানের সূত্রানুসারে,

$A' \cap B' = (A \cup B)'$

$= U - (A \cup B)$

$= R - \{x : 1 \le x \le 5, x \in R\}$

$= \{x : x < 1$ অথবা $x > 5, x \in R\}$

(c) $A' = U - A$

$\therefore A' = R - \{x : 2 < x \le 5, x \in R\}$

$= \{x : x \le 2$ অথবা $x > 5, x \in R\}$

$B = \{x : 1 \le x < 3, x \in R\}$

$\therefore A' \cup B = \{x : x \le 2$ অথবা $x > 5, x \in R\} \cup \{x : 1 \le x < 3, x \in R\}$

$= \{x : x < 3$ অথবা $x > 5, x \in R\}$

১৭। [পাঠ্য বইয়ের ২৩ নং প্রশ্ন উত্তর]

দেওয়া আছে, যদি $U = \{x : x < 10, x \in R\}$ এবং $A = \{x : 1 < x \le 4\}$ এবং $B = \{x : 3 \le x < 6\}$, নিচের সেটগুলো অনুরূপ চিহ্নের মাধ্যমে প্রকাশ কর :

(a) $A \cap B$, (b) $A' \cap B$ (c) $A \cap B'$ এবং (d) $A' \cap B'$

সমাধান **(a) $A \cap B$**

দেওয়া আছে, $U = \{x : x < 10, x \in R\}$

$A = \{x : 1 < x \le 4\}$

এবং $B = \{x : 3 \le x < 6\}$

$\therefore A \cap B = \{x : 1 < x \le 4\} \cap \{x : 3 \le x < 6\}$

$= \{x : 3 \le x \le 4\}$

(b) $A' \cap B$

দেওয়া আছে, $U = \{x : x < 10, x \in R\}$

$A = \{x : 1 < x \le 4\}$

$B = \{x : 3 \le x < 6\}$

$\therefore A' = U - A$

$= \{x : x < 10, x \in R\} - \{x : 1 < x \le 4\}$

$= \{x : x \le 1$ অথবা $4 < x < 10\}$

$\therefore A' \cap B = \{x : x \le 1$ অথবা $4 < x < 10\} \cap \{x : 3 \le x < 6\}$

$= \{x : 4 < x < 6\}$

(c) $A \cap B'$

দেওয়া আছে, $U = \{x : x < 10, x \in R\}$

$A = \{x : 1 < x \le 4\}$

$B = \{x : 3 \le x < 6\}$

$\therefore B' = U - B$

$= \{x : x < 10, x \in R\} - \{x : 3 \le x < 6\}$

$= \{x : x < 3$ অথবা $6 \le x < 10\}$

$\therefore A \cap B' = \{x : 1 < x \le 4\} \cap \{x : x < 3$ অথবা $6 \le x < 10\}$

$= \{x : 1 < x < 3\}$

(d) $A' \cap B'$

(b) থেকে পাই, $A' = \{x : x \le 1$ অথবা $4 < x < 10\}$

(c) থেকে পাই, $B' = \{x : x < 3$ অথবা $6 \le x < 10\}$

$\therefore A' \cap B' = \{x : x \le 1$ অথবা $4 < x < 10\} \cap \{x : x < 3$ অথবা $6 \le x < 10\}$

$= \{x : x \le 1$ অথবা $6 \le x < 10\}$

বিকল্প পদ্ধতি :

$A \cup B = \{x : 1 < x \le 4\} \cup \{x : 3 \le x < 6\}$

$= \{x : 1 < x < 6\}$

ডি মরগানের সূত্রানুসারে

$\therefore A' \cap B' = (A \cup B)'$

$= U - (A \cup B)$

$= \{x : x < 10, x \in R\} - \{x : 1 < x < 6\}$

$= \{x : x \le 1$ অথবা $6 \le x < 10\}$

স্টুডেন্ট গাইড লাইন

১৮। [পাঠ্য বইয়ের ২৪ নং প্রশ্ন উত্তর]

নিম্নে A ও B সেট দেওয়া আছে। প্রতিক্ষেত্রে $A \cup B$ নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে, $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$.

(i) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং $B = \{-3, 0, 3\}$

(ii) $A = \{x : x \in N, x < 10$ এবং x, 2 এর গুণিতক} এবং $B = \{x : x \in N, x < 10$ এবং x, 3 এর গুণিতক}

সমাধান

(i) দেওয়া আছে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এবং $B = \{-3, 0, 3\}$

$\therefore A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cup (-3, 0, 3\}$

$= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

A এবং B এর সকল উপাদান $(A \cup B)$ এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত আছে।

অতএব, $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$

(ii) দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in N, x < 10$ এবং x, 2 এর গুণিতক}

$\therefore A = \{2, 4, 6, 8\}$

এবং $B = \{x : x \in N, x < 10$ এবং x, 3 এর গুণিতক}

$\therefore B = \{3, 6, 9\}$

$\therefore A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9]$

A এবং B এর সকল উপাদান $(A \cup B)$ এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত আছে।

সুতরাং, $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$.

১৯। [পাঠ্য বইয়ের ২৫ নং প্রশ্ন উত্তর]

নিম্নের সেটগুলো ব্যবহার করে $A \cap B$ নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে, $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$

(i) $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$, $B = \{-1, 0, 2\}$

(ii) $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, x, c, y\}$.

সমাধান

(i) দেওয়া আছে, $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$, $B = \{-1, 0, 2\}$

$\therefore A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 5\} \cap \{-1, 0, 2\}$

$= \{0, 2\}$

$A \cap B$ সেটের সকল উপাদান A এবং B সেটে অন্তর্ভুক্ত আছে।

সুতরাং, $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$.

(ii) দেওয়া আছে, $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, x, c, y\}$

$\therefore A \cap B = \{a, b, c, d\} \cap \{b, x, c, y\}$

$= \{b, c\}$

$A \cap B$ সেটের সকল উপাদান A এবং B সেটে অন্তর্ভুক্ত আছে।

অতএব, $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$.

২০। [পাঠ্য বইয়ের ২৬ নং প্রশ্ন উত্তর]

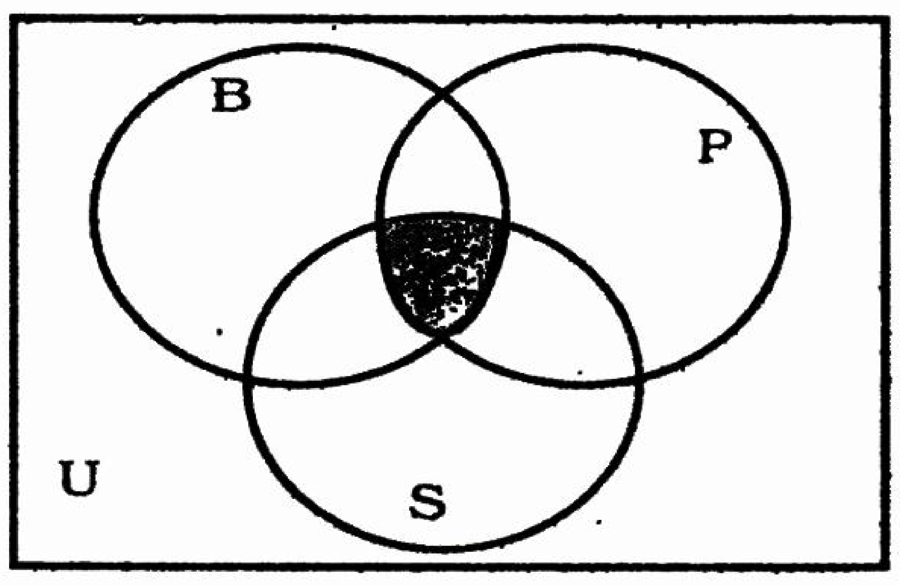
আনোয়ারা মহাবিদ্যালয়ের ছাত্রীদের মধ্যে বিচিত্রা, সন্ধানী ও পূর্বাণী পত্রিকার পাঠ্যাভাস সম্পর্কে পরিচালিত এক সমীক্ষায় দেখা গেল, 60% ছাত্রী বিচিত্রা, 50% ছাত্রী সন্ধানী, 50% ছাত্রী পূর্বাণী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও সন্ধানী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও পূর্বাণী, 20% ছাত্রী সন্ধানী ও পূর্বাণী এবং 10% ছাত্রী তিনটি পত্রিকাই পড়ে।

(i) শতকরা কতজন ছাত্রী উক্ত পত্রিকা তিনটির কোনটিই পড়ে না?

(ii) শতকরা কতজন ছাত্রী উক্ত পত্রিকাগুলোর মধ্যে কেবল দুইটি পড়ে?

সমাধান মনে করি, সকল ছাত্রীর সেট U; বিচিত্রা পড়া ছাত্রীদের সেট B, সন্ধানী পড়া ছাত্রীদের সেট S, পূর্বাণী পড়া ছাত্রীদের সেট P.

$\therefore$ শতকরা $n(U) = 100$, $n(B) = 60$,
$n(S) = 50$, $n(P) = 50$, $n(B \cap S) = 30$,
$n(B \cap P) = 30$, $n(P \cap S) = 20$,
$n(P \cap B \cap S) = 10$.



(১) তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $= n(B \cup P \cup S)$

$\therefore$ তিনটির কোনোটিই পড়ে না এমন ছাত্রীসংখ্যা $= n(U) - n(B \cup P \cup S)$

$n(B \cup P \cup S) = n(B) + n(P) + n(S) - n(B \cap P) - n(B \cap S) - n(P \cap S) + n(B \cap P \cap S)$

$= 60 + 50 + 50 - 30 - 30 - 20 + 10$

$= 170 - 80$

$= 90$

$\therefore$ কোনো পত্রিকাই পড়ে না এমন ছাত্রীর সংখ্যা $= n(U) - n(B \cup P \cup S)$

$= (100 - 90)$

$= 10$

10% ছাত্রী কোনো পত্রিকাই পড়ে না।

(২) শুধু বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা $= n(B \cap P) - n(B \cap P \cap S)$
$= (30 - 10)$
$= 20$

শুধু বিচিত্রা ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা $= n(B \cap S) - n(B \cap P \cap S)$
$= (30 - 10)$
$= 20$

শুধু পূর্বাণী ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা $= n(P \cap S) - n(P \cap B \cap S)$
$= (20 - 10)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]
$= 10$

$\therefore$ কেবল দুটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা $= (20 + 20 + 10) = 50$

$\therefore$ 50% ছাত্রী পত্রিকা পড়ে।

২১। [পাঠ্য বইয়ের ২৭ নং প্রশ্ন উত্তর]

$A = \{x : x \in R$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$, $B = \{1, 2\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

সমাধান

(ক) দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in R$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$
$B = \{1, 2\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

A সেট বর্ণনাকারী সমীকরণ

$x^2 - (a + b)x + ab = 0$

বা, $x^2 - ax - bx + ab = 0$

বা, $x(x - a) - b(x - a) = 0$

বা, $(x - a)(x - b) = 0$

$\therefore x - a = 0$ অথবা $x - b = 0$

i.e $x = a$ অথবা $x = b$

A সেটের উপাদানসমূহ a ও b

(খ) দেওয়া আছে, $B \cap C = \{1, 2\} \cap \{2, 4, 5\}$
$= \{2\}$

$\therefore P(B \cap C) = \{\{2\}, \varnothing\}$

আবার, $B = \{1, 2\}$

$\therefore P(B) = \{\{1, 2\}, \{1\}, \{2\}, \varnothing\}$

এবং $C = \{2, 4, 5\}$

$\therefore P(C) = \{\{2, 4, 5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2\}, \{4\}, \{5\}, \varnothing\}$

$\therefore P(B) \cap P(C) = \{\{2, 4, 5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2\}, \{4\}, \{5\}, \varnothing\}$
$\cap \{\{1, 2\}, \{1\}, \{2\}, \varnothing\}$

$= \{\{2\}, \varnothing\}$

$\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ ***(Showed)***

(গ) দেওয়া আছে, $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$ ['ক' থেকে]

$(B \cup C) = \{1, 2\} \cup \{2, 4, 5\}$
$= \{1, 2, 4, 5\}$

$\therefore A \times (B \cup C) = \{a, b\} \times \{1, 2, 4, 5\}$
$= \{(a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 1), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

আবার, $A \times B = \{a, b\} \times \{1, 2\}$
$= \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$

এবং $A \times C = \{a, b\} \times \{2, 4, 5\}$
$= \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\} \cup \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$
$= \{(a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 1), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ***(Proved)***

২২। [পাঠ্য বইয়ের ২৮ নং প্রশ্ন উত্তর]

একটি শ্রেণির 100 জন ছাত্রের মধ্যে 42 জন ফুটবল, 46 জন ক্রিকেট এবং 39 জন হকি খেলে। এদের মধ্যে 13 জন ফুটবল ও ক্রিকেট, 14 জন ক্রিকেট ও হকি এবং 12 জন ফুটবল ও হকি খেলতে পারে। এছাড়া 7 কোনো খেলায় পারদর্শী নয়।

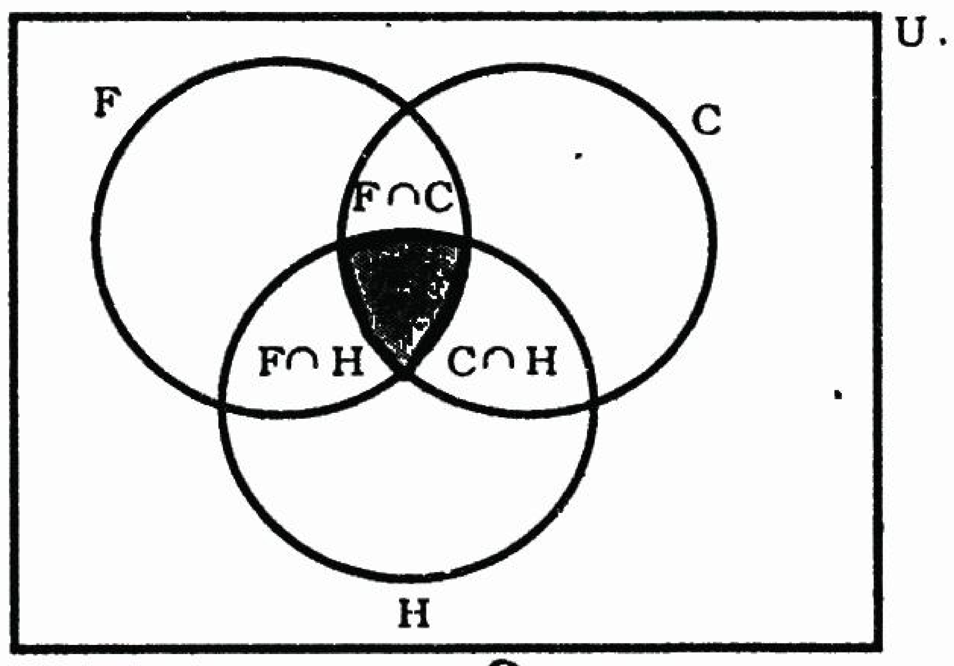
ক. উল্লিখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট এবং কোনো খেলায় পারদর্শী নয় এমন ছাত্রদের সেট ভেনচিত্রে দেখাও।

খ. কতজন ছাত্র উল্লিখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী তা নির্ণয় কর।

গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এবং কতজন অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী?

সমাধান

(ক) মনে করি, ঐ শ্রেণীর ছাত্রদের সেট U, এবং ছাত্রদের মধ্যে যারা ফুটবল খেলতে পারদর্শী তাদের সেট F, যারা ক্রিকেট খেলতে পারদর্শী তাদের সেট C ও যারা হকি লেখতে পারদর্শী তাদের সেট H।



ভেনচিত্র

(খ) তাহলে প্রশ্নানুসারে, $n(U) = 100$, $n(F) = 42$, $n(C) = 46$, $n(H) = 39$,

$n(F\cap C) = 13$, $n(C\cap H) = 14$, $n(F\cap H) = 12$

$n(F\cup C\cup H)' = 7$

তিনটি খেলাই পারদর্শী এমন ছাত্রদের সংখ্যা $= n(F\cap C\cap H)$

এখানে, $n(F\cup C\cup H)' = n(U) - n(F\cup C\cup H)$

বা, $n(F\cup C\cup H) = n(U) - n(F\cup C\cup H)'$

বা, $n(F) + n(C) + n(H) - n(F\cap C) - n(C\cap H) - n(F\cap H) + n(F\cap C\cap H)$
$= n(U) + n(F\cup C\cup H)'$

বা, $42 + 46 + 39 - 13 - 14 - 12 + n(F\cap C\cap H) = 100 - 7$

বা; $127 - 39 + n(F\cap C\cap H) = 93$

বা, $n(F\cap C\cap H) = 93 - 88$

$\therefore$ $n(F\cap C\cap H) = 5$

$\therefore$ তিনটি খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সংখ্যা = 5 জন। *Ans.*

(গ) অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট $= (F\cap C) \cup (C\cap H) \cup (F\cap H)$ ['ক' নং এর ভেনচিত্র হতে]

এবং অন্তত একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট $= F\cup C\cup H$.

$\therefore$ অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সংখ্যা

$= n[(F\cap C) - n(C\cap H) - n(F\cap H)]$

$= n(F\cap C) + n(C\cap H) + n(F\cap H) - n[(F\cap C) \cap (C\cap H)] - n[(C\cap H)\cap(F\cap H)]$
$- n[(F\cap H)\cap(F\cap C)] + n[(F\cap C)\cap(C\cap H)\cap(F\cap H)]$

$= n(F\cap C) + n(C\cap H) + n(F\cap H) - n(F\cap C\cap H) - n(F\cap C\cap H)$
$- n(F\cap C\cap H) + n(F\cap C\cap H)$

$= 13 + 14 + 12 - 5 - 5 - 5 + 5.$

$= 29$

আবার, অন্তত একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট $= n(F\cup C\cup H)$

$= n(F) + n(C) + n(H) - n(F\cap C) - n(C\cap H) - n(F\cap H) + n(F\cap C\cap H)$

$= 42 + 46 + 39 - 13 - 14 - 12 + 5.$

$= 93$

$\therefore$ কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সংখ্যা

$= n(F\cup C\cup H) - n[(F\cap C) \cup (C\cap H) \cup (F\cap H)]$

$= 93 - 29$

$= 64$

Ans. 64 জন ও 29 জন।